



## AÑO ACADÉMICO: 2018

DEPARTAMENTO Y/O DELEGACION: Matemática

PROGRAMA DE CATEDRA MATEMÁTICA 2

OBLIGATORIA

CARRERA/S A LA QUE PERTENECE Licenciatura en Ciencia Biológicas

AREA: Matemática

ORIENTACION: Análisis Matemático

PLAN DE ESTUDIOS - ORDENANZA N°: 094/85,883/93, 877/01, Mod.1249/13 y 0625/16

CARGA HORARIA SEMANAL SEGÚN PLAN DE ESTUDIOS: 8

CARGA HORARIA TOTAL: 128

REGIMEN: Cuatrimestral

CUATRIMESTRE: Segundo

EQUIPO DE CATEDRA

Apellido y Nombres

Lic. Gabriela Pfister

Mg. Asirid Koennecke

Ing. Ignacio Catalano

Cargo

Profesora Adjunta

Jefe de Trabajos Prácticos

Ayudante de Primera

ASIGNATURAS CORRELATIVAS

PARA CURSAR: Matemática 1

PARA RENDIR EXAMEN FINAL: Matemática 1

---

### FUNDAMENTACIÓN:

Uno de los desafíos centrales en ecología es comprender los mecanismos que regulan la estructura y complejidad de poblaciones y comunidades naturales y en este sentido se hace imprescindible para un estudiante de Licenciatura en Ciencias Biológicas, el conocimiento de ciertas herramientas matemáticas básicas que corresponden al área de álgebra y del análisis matemático. El estudio del álgebra de matrices por un lado es fundamental como herramienta para comprender la modelización de la dinámica de una población. Además dentro del área del análisis matemático la comprensión en la resolución de ecuaciones diferenciales permite al alumno comprender aplicaciones a la física, química y también les permite analizar los modelos más generales de interacción entre especies.

### **OBJETIVOS:**

El objetivo general del desarrollo de la materia es ofrecer a los estudiantes de la Licenciatura en Ciencias Biológicas un panorama de la Teoría de Matrices y de Ecuaciones Diferenciales Ordinarias, orientando al análisis y comprensión de modelos matemáticos, principalmente en ecología, sus características, su uso y los objetivos del modelado matemático. Dentro del desarrollo del programa se persiguen los siguientes objetivos específicos que corresponden a las unidades 1, 2, 3 y 4 el primero, y 5, 6 y 7, el segundo:

- Introducir a los estudiantes en la teoría de matrices brindándoles con ello base para la elaboración y comprensión de modelos de aplicación a la biología, tanto como para el estudio de otras materias que cursarán posteriormente donde el álgebra matricial constituye una importante herramienta de trabajo
- Presentar los conceptos básicos de la teoría de ecuaciones diferenciales ordinarias para su uso como herramienta para la comprensión de fenómenos físicos, químicos y fundamentalmente el modelado de sistemas dinámicos especialmente en biología.

Además, se propone la introducción al lenguaje de programación R a través de la interfaz RStudio, y el uso de paquetes específicos para los temas que se desarrollan en la asignatura. Este lenguaje es de amplio uso y versatilidad, especialmente en estadística, y puede ser una herramienta poderosa para los trabajos de investigación.

### **CONTENIDOS SEGÚN PLAN DE ESTUDIOS:**

Vectores en  $\mathbb{R}^n$ . Dependencia e independencia lineal. Matrices sobre  $\mathbb{R}$ . Determinante. Inversa. Rango. Teorías de grafos y matrices. Matrices primitivas e irreducibles. Sistemas de ecuaciones lineales. Autovalores y autovectores. Modelos matriciales en dinámica de poblaciones. Teorema de Perron-Frobenius. Comportamiento asintótico de la población. Ecuaciones diferenciales lineales ordinarias de primer y segundo orden. Modelos matemáticos en procesos dinámicos. Aplicaciones a las ciencias biológicas. Sistemas de ecuaciones diferenciales. Estabilidad de equilibrios. Linealización. Modelos de interacción entre especies. Modelos de difusión de epidemias.

### **CONTENIDO PROGRAMA ANALÍTICO:**

#### **Unidad 1: Matrices.**

Introducción. Matrices sobre  $\mathbb{R}$ . Operaciones y propiedades. Vectores en  $\mathbb{R}^n$ . Operaciones y propiedades. Dependencia e Independencia Lineal. Notación vectorial de matrices. Matrices particionadas. Matrices particulares. Determinante. Inversa. Matrices regulares. Rango. Matrices elementales. Matrices equivalentes. Método de operaciones elementales para hallar la inversa de una matriz.

#### **Unidad 2: Sistemas de ecuaciones lineales.**

Introducción. Conjunto solución. Teorema de Cramer. Sistemas compatibles e incompatibles. Sistemas equivalentes. Teorema de Rouche-Frobenius. Análisis de casos de sistemas compatibles. Método de resolución de sistemas (de Gauss-Jordan).



**Unidad 3: Autovalores y autovectores de una matriz.**

Autovalor. Autovector. Polinomio característico. Procedimiento para calcular autovalores y autovectores de una matriz. Interpretación geométrica.

**Unidad 4: Modelos Matriciales en dinámica de poblaciones.**

Algunas nociones en Teoría de Grafos y Matrices. Grafos dirigidos. Matriz de adyacencia. Cadenas de Markov. Matrices de probabilidad. Matrices primitivas. Introducción a los modelos matemáticos en las ciencias: Modelos matemáticos discretos y continuos. Modelos determinísticos y estocásticos. Supuestos. Proyecciones. Modelos matriciales en dinámica de poblaciones. Matrices de proyección y de transición de estados. Teorema de Perron-Frobenius. Comportamiento asintótico de la población. Autovalor dominante, estructura estable, valores reproductivos, matrices de elasticidades y sensibilidades. Estimación de parámetros.

**Unidad 5: Ecuaciones diferenciales.**

Ecuaciones diferenciales. Definición. Clasificación. Orden de una ecuación diferencial. Soluciones generales y soluciones particulares. Interpretación geométrica. Campo direccional. Curvas integrales. El problema inverso. Ecuaciones diferenciales a variables separables. Sustituciones. Factor integrante. Ecuaciones diferenciales lineales ordinarias de primer y segundo orden. Resolución de ecuaciones diferenciales.

**Unidad 6: Ecuaciones diferenciales en las ciencias biológicas.**

Modelos continuos en la descripción de procesos dinámicos. Aplicaciones a las ciencias biológicas. Modelos de crecimiento poblacional: modelo lineal, crecimiento exponencial, modelo logístico. Interpretación. Gráficos. Comparación de los modelos. Resolución de las ecuaciones diferenciales planteadas en los modelos. Modelos de difusión de epidemias.

**Unidad 7: Sistemas de ecuaciones diferenciales. Modelos.**

Sistemas de ecuaciones diferenciales ordinarias lineales. Métodos de resolución. Nociones de estabilidad de equilibrios. Sistemas no lineales. Linealización. Estudio de la estabilidad de equilibrios en sistemas no lineales. Diagramas de fase y trayectorias. Modelos de interacción entre especies: competencia, depredación, simbiosis.

**Unidad 8: (transversal) Matrices y Ecuaciones Diferenciales Ordinarias con R.**

Introducción a R. Ingresar datos a R. Matrices en R. Operaciones. Determinante, inversa y rango. Cálculo de autovalores y autovectores con R. Sistemas de ecuaciones. Condiciones, Bucles y Funciones. Graficar con R. Los paquetes Popbio y Rramas. Modelos determinísticos y estocásticos. Ecuaciones Diferenciales. El paquete deSolve. Sistemas de Ecuaciones Diferenciales Ordinarias Lineales.

**BIBLIOGRAFÍA BASICA Y DE CONSULTA:**

BELLMAN, R., (1965). Introducción al análisis matricial. Editorial Revertè S. A.  
BELTRAMI, E. (1987). Mathematics for Dynamic Modeling. Academic Press, Inc.  
CASWELL, H. (1989). Matrix Populations Models. Construction, Analysis and Interpretation. Sinauer Associates Inc. Sunderland. USA.



- DE TORRES CURTH, M. & MONTORO, V. (1994). Teoría de Matrices. Aplicaciones a la Biología. Cuaderno Universitario N° 21. CRUB. Universidad Nacional del Comahue.
- DE TORRES CURTH, M & KOENNECKE A. Matrices y Ecuaciones Diferenciales Ordinarias con R. Operaciones, Cálculos y Aplicaciones (inédito)
- EDWARDS, C.H., Jr & PENNEY, DAVID E. (1994). Ecuaciones Diferenciales Elementales. Y Problemas con Condiciones en la Frontera. Prentice Hall
- GROSSMAN, S. I. (1992). Algebra Lineal con Aplicaciones. McGraw Hill.
- HIRSH, M. W. and SMALE, S. (1974). Differential Equations, Dynamical Systems and Linear Algebra. Academic Press.
- STRANG G. (1980). Linear Algebra and its applications. Academic Press Inc.

### **PROPUESTA METODOLOGICA:**

El desarrollo de la asignatura se programó integrando dos tipos de actividades: 1) clases teóricas, donde se introducen los conceptos de la teoría a partir de problemas preferentemente relacionados con la biología, y donde se evidencia la necesidad del estudio de estos conceptos, luego se profundiza en la teoría matemática, para mostrar por último, el uso de la teoría desarrollada en problemas específicos, volviendo así a la situación original que planteó la necesidad de conocimiento del tema. 2) clases prácticas, que se organizan mediante guías de trabajos prácticos, que los alumnos realizan en pequeños grupos, y sobre las cuales se realizan algunos cierres en el pizarrón, generalmente a cargo del jefe de trabajos prácticos. A cada unidad del programa corresponde una guía de trabajos prácticos. Además los alumnos trabajan con guías de problemas de aplicación a la biología, tanto para la teoría de matrices y para la teoría de ecuaciones diferenciales, que resumen los conceptos sobresalientes de las unidades correspondientes y los integran en el análisis y construcción de modelos. Las guías de trabajos prácticos de cada unidad constan de dos partes: la primera contiene ejercicios y problemas de índole teórico-práctico que apuntan a la comprensión y estudio de los conceptos y una segunda parte destinada al trabajo en la sala de informática con el software R, que tiene por objeto ofrecer herramientas para facilitar el trabajo y para reflexionar sobre implicaciones y propiedades de los conceptos trabajados.

### **EVALUACIÓN Y CONDICIONES DE ACREDITACIÓN:**

Se tomarán dos parciales con sus respectivos recuperatorios. El primer parcial incluye las unidades 1 a 4 y el segundo las unidades 5 a 7. Cada parcial deberá ser aprobado con un 60% bien realizado.

Para la aprobación de la unidad 8 los alumnos deben elegir un problema de la unidad 4 y otro de la unidad 7 y exponer su resolución utilizando las herramientas que correspondan, aprendidas en la unidad 8, según el problema elegido.

El examen final regular se aprueba con 4(cuatro) y consta de un examen escrito y la exposición oral de dos problemas de aplicación a la biología que corresponden a los temas de las unidades 4 y 7 respectivamente

Para la aprobación de la asignatura por promoción (sin examen final), los alumnos deberán aprobar cada parcial o su recuperatorio con un puntaje no inferior a 7 (siete) puntos. Adicionalmente, los alumnos deberán presentar una monografía en la cual se

involucre la teoría de matrices o la teoría de ecuaciones diferenciales en el contexto de un problema biológico. Este trabajo podrá hacerse en forma individual o en grupos de dos alumnos. La monografía se entregará escrita para su corrección y luego se hará una presentación oral. Para la aprobación de la asignatura en carácter de alumno libre, el estudiante deberá rendir un examen escrito sobre los contenidos de este programa, un examen oral en el que se evaluarán aplicaciones de los contenidos a problemas biológicos y acreditar el uso de un software, que le permita resolver problemas relativos a los contenidos de este programa. La nota mínima de aprobación es 4 (cuatro) y corresponde al promedio de las 3 instancias descriptas anteriormente.

#### **DISTRIBUCIÓN HORARIA:**

La carga horaria de la asignatura (8 horas) se divide en dos partes: cuatro horas semanales dedicadas al desarrollo de los trabajos prácticos (lunes y miércoles de 14 a 16). Dentro de este horario se destinarán dos horas al trabajo en la sala de informática donde se trabajará en forma de taller con el paquete R mediante la interfaz RStudio, y 4 horas semanales dedicadas al desarrollo de clases teóricas (martes y jueves de 9 a 11). Se ofrecerán clases de consulta en horario a determinar, una vez por semana.

#### **CRONOGRAMA TENTATIVO:**

Agosto– Septiembre: Módulo 1: Teoría de Matrices. Unidades 1 a 4.

Octubre– Noviembre: Módulo 2: Teoría de Ecuaciones Diferenciales. Unidades 5 a 7.


#### **Fechas tentativas de parciales**

**Primer Parcial:** tercera semana de septiembre

**Segundo Parcial:** tercera semana de noviembre

**Evaluación del software R:** posterior a cada parcial

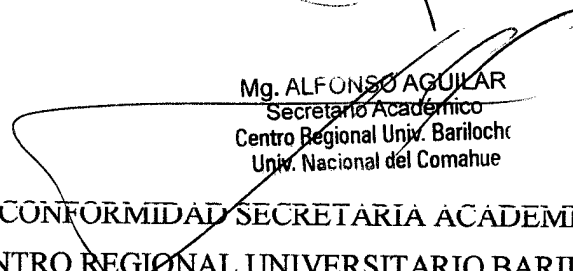
**Presentación oral de los problemas de aplicación:** tercera semana de noviembre



PROFESOR



CONFORMIDAD DEL DEPARTAMENTO



Mg. ALFONSO AGUILAR  
Secretario Académico  
Centro Regional Univ. Bariloche  
Univ. Nacional del Comahue

CONFORMIDAD SECRETARÍA ACADÉMICA  
CENTRO REGIONAL UNIVERSITARIO BARILOCHE